



这套试卷的题目有点灵活,只有不畏艰难,善于思考,灵敏机智的考生才能拿到高分,相信你就属于这类考生,因此你肯定能取得好成绩.相信你自己,好好地做这套试卷吧!

预祝你在 2006 年高考中取得优异的成绩!

2006 年北京—黄冈高考最后冲刺预测试卷

数 学(第七模拟)

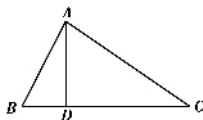
【命题报告】 本套试题在命制过程主要考虑了以下几点:一是涵盖高中数学整体知识,突现复习效果.二是详细地研究了高考大纲和近几年的高考试题,对过去几年高考中对各章知识的考查进行了详细的统计,在此基础上确定了命题的范围与知识点的分布情况,突出对新增内容的考查和对学生的运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力、综合运用数学知识的能力的考查.试题中对 2006 年高考可能出现的主干知识点和重点知识进行了命题设计与大胆预测,特别注重了在知识交汇点处命题,既兼顾了基础和能力的考查,又有诸多创新之处,如第 1 题(理)综合了复数与解析几何等相关内容.第 2 题侧重于利用集合元素属性、性质构造图形,考查数形结合的数学方法的有关知识,构思独特,设问新颖.第 5 题对思维能力和创新意识考查的不断加强,类比问题也成为高考命题的新亮点,类比体现在多个方面,本题是一个从平面几何到立体几何的类比.高考题改编的有第 8 题(理)和第 18 题等,教材改编的有第 21 题等.三是命题过程中注重了基础性、层次性,对基本知识、基本方法进行全覆盖,解答题设计多个小问,逐层推进,充分体现了以“能力立意”的命题原则.

本试卷分为第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分.满分 150 分.考试时间 120 分钟.

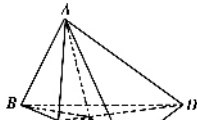
第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题 本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. (理) 已知 $a \in \mathbf{R}$, 复数 $z = (a^2 - 2a + 4) - (a^2 - 2a + 2)i$, 则复数 z 对应点的轨迹是
A. 一条射线 B. 一条直线 C. 抛物线 D. 椭圆
- (文) 若圆 $x^2 + y^2 - ax - 2y + 1 = 0$ 关于直线 $x - y - 1 = 0$ 对称的圆的方程是 $x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$, 则 a 的值等于
A. 0 B. 1 C. 2 D. ± 2
2. 设 $A = \{(x, y) \mid (x-1)^2 + y^2 \leq 25\}$, $B = \{(x, y) \mid (x+1)^2 + y^2 \leq 25\}$, $C_t = \{(x, y) \mid |x| \leq t, |y| \leq t, t > 0\}$, 则满足 $C_t \not\subseteq A \cap B$ 时, t 的最大值是
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
3. 若正三棱锥 $P-ABC$ 的三条侧棱两两互相垂直, 则该正三棱锥的内切球与外接球的半径之比为
A. 1:3 B. 1:(3+ $\sqrt{3}$) C. ($\sqrt{3}+1$):3 D. ($\sqrt{3}-1$):3
4. (理) 能够使得圆 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ 上恰有两个点到直线 $2x + y + c = 0$ 的距离等于 1 的 c 的一个值为
A. 2 B. $\sqrt{5}$ C. 3 D. $3\sqrt{5}$
- (文) 若横梁的强度和它的矩形断面的宽成正比, 并和高的平方成正比, 要将直径为 d 的圆木锯成强度最大的横梁, 则断面的高和宽应是
A. 宽为 $\frac{\sqrt{3}}{3}d$, 高为 $\frac{\sqrt{6}}{3}d$ B. 高为 $\frac{\sqrt{3}}{3}d$, 宽为 $\frac{\sqrt{6}}{3}d$
C. 高、宽都为 $\frac{\sqrt{3}}{3}d$ D. 高、宽都为 $\frac{\sqrt{6}}{3}d$
5. 如图(1), 在 $\triangle ABC$ 中, $AB \perp AC$, 若 $AD \perp BC$, 则 $AB^2 = BD \cdot BC$. 类似地有命题 如图(2), 三棱锥 $A-BCD$ 中, $AD \perp$ 面 ABC , 若 A 点在



(1)



(2)

$\triangle BCD$ 所在平面内的射影为 M , 则有 $S_{\triangle ABC}^2 = S_{\triangle BCM} \cdot S_{\triangle BCD}$. 上述命题是

A. 真命题

B. 增加条件 $AB \perp AC$ 后才是真命题

C. 假命题

D. 增加条件三棱锥 $A-BCD$ 是正三棱锥后才是真命题

6. 已知平面上两点 $M(-5, 0)$ 和 $N(5, 0)$, 若直线上存在点 P 使 $|PM| - |PN| = 6$, 则称该直线为“单曲型直线”, 下列直线中是“单曲型直线”的是

① $y = x + 1$, ② $y = 2$, ③ $y = \frac{4}{3}x$, ④ $y = 2x + 1$.

A. ①③

B. ①②

C. ②③

D. ③④

7. 锐角 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是三内角 A, B, C 的对边, 设 $B = 2A$, 则 $b : a$ 的取值范围是

A. $(-2, 2)$

B. $(0, 2)$

C. $(\sqrt{2}, 2)$

D. $(\sqrt{2}, \sqrt{3})$

8. (理) 若 x, y 是正数, 则 $(x + \frac{1}{y})^2 + (y + \frac{1}{2x})^2$ 的最小值是

A. $4\sqrt{2}$

B. $2 + 2\sqrt{2}$

C. $3 + 2\sqrt{2}$

D. $6\frac{1}{4}$

(文) 数列 $\{a_n\}$ 按下列条件给出: $a_1 = 2$, 当 n 为奇数时, $a_{n+1} = a_n + 2$, 当 n 为偶数时, $a_{n+1} = 2a_n$, 则 $a_{2004} =$

A. $3 \cdot 2^{1001} - 2$

B. $3 \cdot 2^{1002}$

C. $3 \cdot 2^{1003} - 2$

D. $3 \cdot 2^{1002} - 2$

9. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + bx + c, & x \leq 0 \\ 2, & x > 0 \end{cases}$, 若 $f(-4) = f(0)$, $f(-2) = -2$, 则关于 x 的方程 $f(x) = x$ 的解的个数为

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

10. 设 $M(\cos \frac{\pi}{3}x + \cos \frac{\pi}{4}x, \sin \frac{\pi}{3}x + \sin \frac{\pi}{4}x)$ ($x \in \mathbb{R}$) 为坐标平面上一点, 记 $f(x) = |\overrightarrow{OM}|^2 - 2$, 且 $f(x)$ 的图象与射线 $y = 0$ ($x \geq 0$) 交点的横坐标由小到大依次组成数列 $\{a_n\}$, 则 $|a_{n+3} - a_n| =$

A. 24π

B. 36π

C. 24

D. 36

11. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $C = 60^\circ$, $a + b = \lambda c$ ($1 < \lambda < \sqrt{3}$), 则角 A 的取值范围是

A. $90^\circ < A < 120^\circ$

B. $0 < A < 30^\circ$ 或 $90^\circ < A < 120^\circ$

C. $0 < A < 30^\circ$

D. $0 < A < 30^\circ$ 或 $120^\circ < A < 150^\circ$

12. (理) 已知 $\triangle ABC$ 三顶点 A, B, C 的坐标分别为 $(a_1, a_2), (b_1, b_2), (c_1, c_2)$, 在边 BC, CA, AB 上分别取 D, E, F 使之满足: $|\overrightarrow{BD}| : |\overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{CE}| : |\overrightarrow{EA}| = |\overrightarrow{AF}| : |\overrightarrow{FB}| = m : n$, 则

A. $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 的重心重合

B. $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 的外心重合

C. $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 的内心重合

D. $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 的垂心重合

(文) 已知 $A(3, 7), B(5, 2)$, 将 $\overrightarrow{AB}$ 按向量 $a = (1, 2)$ 平移后所得的向量的坐标是

A. $(1, 7)$

B. $(10, 4)$

C. $(2, -5)$

D. $(3, -3)$

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 将答案填在题中的横线上.

13. (理) 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_n = \begin{cases} \frac{1}{5^n} & (n \in \mathbb{N}^* \text{ 且是奇数}) \\ -\frac{2}{5^n} & (n \in \mathbb{N}^* \text{ 且是偶数}) \end{cases}$, $S_{2n} = a_1 + a_2 + \cdots + a_{2n}$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_{2n} =$ _____.

(文) 不等式 $ax^2 + bx + 2 > 0$ 的解集是 $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$, 则 $a - b$ 等于 _____.

14. (理) 已知在 $(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\sqrt[3]{x})^n$ 的展开式中, 只有第 6 项的二项式系数最大, 则展开式中系数绝对值最大的项和系数最大的项是 _____.

(文) 已知在 $(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\sqrt[3]{x})^n$ 的展开式中, 只有第 6 项的二项式系数最大. 则 $n =$ _____.

15. 对于抛物线有: 以过焦点的弦 AB 为直径的圆与准线相切. 那么类似的有: 以过椭圆的一个焦点的弦 AB 为直径的圆与相应准线的位置关系是 _____, 以过双曲线的一个焦点的弦 AB 为直径的圆与相应准线的位置关系是 _____.

位置关系是_____.

16. 下面是关于三棱锥的四个命题：

- ①底面是等边三角形,侧面与底面所成的二面角都相等的三棱锥是正三棱锥.
- ②底面是等边三角形,侧面都是等腰三角形的三棱锥是正三棱锥.
- ③底面是等边三角形,侧面的面积都相等的三棱锥是正三棱锥.
- ④侧棱与底面所成的角都相等,且侧面与底面所成的二面角都相等的三棱锥是正三棱锥,其中,真命题的编号是_____. (写出所有真命题的编号)

三、解答题 本大题共 6 小题,共 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

(理) 某港口水的深度 y (米) 是时刻 t ($0 \leq t \leq 24$, 单位: 时) 的函数, 记作 $y = f(t)$, 下面是某日水深的

t (时)	0	3	6	9	12	15	18	21	24
y (米)	10.0	13.0	9.9	7.0	10.0	13.0	10.1	7.0	10.0

经长期观察 $y = f(t)$ 的曲线可以近似地看成函数 $y = A \sin \omega t + b$ 的图象.

- (1) 试根据以上数据, 求出函数 $y = A \sin \omega t + b$ 的最小正周期、振幅和表达式;
- (2) 一般情况下, 船舶航行时, 船底离海底的距离为 5 米或 5 米以上时认为是安全的 (船舶停靠时, 船底只需不碰海底即可). 某船吃水深度 (船底离水面的距离) 为 6.5 米. 如果该船希望在同一天内安全进出港, 请问, 它至多能在港内停留多长时间 (忽略进出港所需的时间)?

(文) 用五点作图法画出函数 $y = \sqrt{3} \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}$ 的图象, 并说明这个图象是由 $y = \sin x$ 的图象经过怎样的变换得到的.

18. (本小题满分 12 分)

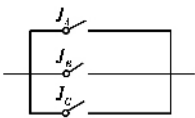
(理) 下表为某班英语及数学成绩的分布. 学生共有 50 人, 成绩分 1 ~ 5 五个档次. 例如表中所示英语成绩为 4 分、数学成绩为 2 分的学生为 5 人. 将全班学生的姓名卡片混在一起, 任取一张, 该卡片上同学的英语成绩为 x , 数学成绩为 y . 设 x, y 为随机变量 (注: 没有相同姓名的学生).

		数学				
		5	4	3	2	1
英语	5	1	3	1	0	1
	4	1	0	7	5	1
	3	2	1	0	9	3
	2	1	b	6	0	a
	1	0	0	1	1	3

- (1) 求 $x = 1$ 的概率为多少? $x \geq 3$ 且 $y = 3$ 的概率为多少?
- (2) 求 $a + b$ 等于多少? 若 y 的期望为 $\frac{133}{50}$, 试确定 a, b 的值.

(文) 在一段线路中并联着 3 个自动控制的开关, 只要其中一个开关能够闭合, 线路就能正常工作, 假定在某段时间内, 每个开关能够闭合的概率都是 0.7, 计算在这段时间内:

- (1) 开关 J_A, J_B 恰有一个闭合的概率;
- (2) 线路正常工作的概率.



19. (本小题满分 12 分)

(理) 等差数列 $\{u_n\}$ 中, 已知公差 $d \neq 0, a_n \neq 0$, 设方程 $a_r x^2 + 2a_{r+1}x + a_{r+2} = 0 (r \in \mathbb{N}^*)$ 是关于 x 的一组方程.

(1) 求证 这些方程必有公共根, 并求出这个公共根;

(2) 设方程 $a_r x^2 + 2a_{r+1}x + a_{r+2} = 0 (r \in \mathbb{N}^*)$ 的另一根记为 m , 求证: $\frac{1}{m_1 + 1}, \frac{1}{m_2 + 1}, \dots, \frac{1}{m_n + 1}$ 也是等差数列.

(文) 等比数列 $\{u_n\}$ 同时满足下列三个条件:

① $a_1 + a_6 = 11$;

② $a_3 \cdot a_4 = \frac{32}{9}$;

③ 三个数 $\frac{2}{3}a_2, a_3^2, a_4 + \frac{4}{9}$ 依次成等差数列;

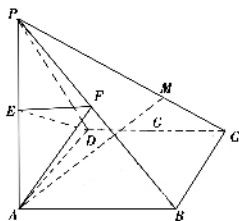
试求数列 $\{u_n\}$ 的通项公式.

20. (本小题满分 12 分)

已知四棱锥 $P-ABCD$ 底面为正方形, $PA \perp$ 面 $ABCD$, $AB = 2$, PC 与平面 $ABCD$ 成 45° 角, E, F 分别为 PA, PB 中点.

(1) 求异面直线 DE 与 AF 所成角的大小;

(2) 求在 PC 上一点 M , 使 $AM \perp$ 平面 PBD .



21. (本小题满分 12 分)

(理) 已知方程 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 的三个实根可分别作为一个椭圆、一双曲线、一抛物线的离心率.

(1) 求 $\frac{b}{a}$ 的范围;

(2) 若椭圆 C 以坐标轴为对称轴, 短轴长为 4, 且有 $P(a, b)$ 在椭圆 C 上, 试求椭圆 C 的长轴长的范围.

(文) 已知平面向量 $a = (\sqrt{3}, -1), b = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$.

(1) 若存在实数 k 和 t , 使得 $x = a + (t^2 - 3)b, y = -ka + tb$, 且 $x \perp y$, 试求函数的关系式 $k = f(t)$;

(2) 根据 (1) 的结论, 确定 $k = f(t)$ 的单调区间.

22. (本小题满分 14 分)

(理) 设实数 x, y 同时满足条件 $4x^2 - 9y^2 = 36$, 且 $xy < 0$.

(1) 求函数 $y = f(x)$ 的解析式和定义域;

(2) 试证 函数 $y = f(x)$ 的反函数 $y = f^{-1}(x)$ 中的实数 x, y 同时满足条件 $4y^2 - 9x^2 = 36$, 且 $xy < 0$;

(3) 设反函数 $y = f^{-1}(x)$ 图象上任意一点的切线的斜率为 k , 试求 k 的取值范围.

(文) 同理科 21 题.