



昨天的一切已经不可改变,但今天的努力可以改变昨天的轨迹!做好今天的每一件事,做对今天的每一道题,就能描绘出自己辉煌的人生前景!努力吧!

2006 年北京—黄冈高考最后冲刺预测试卷

数 学(第六模拟)

【命题报告】 在命制本套试题时,笔者把 2005 年的全国三套试卷进行了详细地分析,将所考知识点进行了逐一列举、对比,找出了高考考查的热点、冷点,在此基础上设置了本份试卷.在命题的过程中既考虑到了知识点的覆盖,又考虑到了对数学方法和数学思想的考查.本套试卷中的题目看起来有点平淡,但是平中见奇,比如说第 3 题,用三条平行线,将一个三棱锥的体积的计算问题巧妙地融入其中.第 11 题的理科试题对等式的恒成立进行了深刻地挖掘,将恒成立问题与三角求值问题结合起来,由于 x 的任意性蕴藏了一般性的结论,将对考生分析问题、解决问题的能力考查得淋漓尽致.第 12 题将向量、不等式求最值与立体几何有机地结合起来,使得问题新颖、耐人寻味.第 16 题以一种开放的形式将问题的主动权交给学生,让他们自己分析出一个或多个正确的命题来,这种开放型的试题对考生的分析问题和解决问题的能力提出了更高的要求.第 20 题进行了大胆的尝试,将常见的函数问题、不等式问题和概率有机地结合起来,角度新颖,富于创新.总体来说,本套试卷进行了精心地设计,大胆地探索,相信能对同学们备考 2006 年高考助上一臂之力.

本试卷分为第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分.满分 150 分.考试时间 120 分钟.

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题 本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. (理) 复数 $\frac{(2+2i)^4}{(1-\sqrt{3}i)^5}$ 等于

- A. $1+\sqrt{3}i$ B. $-1+\sqrt{3}i$ C. $1-\sqrt{3}i$ D. $-1-\sqrt{3}i$

(文) 已知函数 $f(x) = x^3 - ax^2 + 1$ 在区间 $(0, 2)$ 内单调递减,则实数 a 的取值范围是

- A. $a \geq 3$ B. $a = 3$ C. $a \leq 3$ D. $0 < a < 3$

2. 已知集合 $M = \{u^2, a\}$, $P = \{-a, 2a-1\}$. 若 $\text{card}(M \cup P) = 3$, 则集合 $M \cap P =$

- A. $\{-1\}$ B. $\{1\}$ C. $\{0\}$ D. $\{5\}$

3. 不共面的三条定直线 l_1, l_2, l_3 互相平行,点 A 在 l_1 上,点 B 在 l_2 上, C, D 两点在 l_3 上,若 $CD = a$ (定值),则三棱锥 $A-BCD$ 的体积

- A. 由 A 点的变化而变化 B. 由 B 点的变化而变化
C. 有最大值,无最小值 D. 为定值

4. 已知椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$, F 是其右焦点,过 F 作椭圆的弦 AB ,设 $|FA| = m$, $|FB| = n$,则 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 的值为

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

5. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, a_3, a_{15} 是方程 $x^2 - 6x - 1 = 0$ 的两根,则 $a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11}$ 等于

- A. 18 B. -18 C. 15 D. 12

6. 设 P 是椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 上的点, Q, R 分别是圆 $(x+4)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$ 和 $(x-4)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$ 上的点, 则 $|PQ| + |PR|$ 的最小值是
- A. $\sqrt{89}$ B. $\sqrt{85}$ C. 10 D. 9
7. 当 $0 < x < \frac{\pi}{4}$ 时, 函数 $f(x) = \frac{\cos^2 x}{\cos x \sin x - \sin^2 x}$ 的最小值是
- A. 4 B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{1}{4}$
8. 已知函数 $y = a^x$ 和 $y = \frac{1}{a^x}$, 其中 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 则它们的反函数的图象关于
- A. x 轴对称 B. y 轴对称 C. 直线 $y = x$ 对称 D. 原点对称
9. 设 $f^{-1}(x)$ 是函数 $f(x) = \log_2(x+1)$ 的反函数, 若 $[1 + f^{-1}(a)][1 + f^{-1}(b)] = 8$, 则 $f(a+b)$ 的值为
- A. 1 B. 2 C. 3 D. $\log_2 3$
10. (理) 已知 $x, y \in \mathbf{R}$ 用 $x + 2y \geq 1$, 则二次函数式 $u = x^2 + y^2 + 4x - 2y$ 的最小值为
- A. -3 B. $\frac{12}{5}$ C. 24 D. $-\frac{24}{5}$

(文) 已知点 $M(a, b)$ 在由不等式组 $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 2 \end{cases}$ 确定的平面区域内, 则点 M 所在的平面区域的面积是

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 8
11. (理) 设 α, β, γ 满足 $0 < \alpha < \beta < \gamma < 2\pi$, 若对任意 $x \in \mathbf{R}$, $\cos(x + \alpha) + \cos(x + \beta) + \cos(x + \gamma) = 0$ 恒成立, 则 $\gamma - \alpha$ 的值是
- A. $\frac{2\pi}{3}$ B. $\frac{4\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ 或 $\frac{4\pi}{3}$ D. 无法确定

(文) 已知函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi) + m$ 的最大值是 4, 最小值是 0, 最小正周期是 $\frac{\pi}{2}$, 直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 是其图象的一条对称轴, 则下面各式中符合条件的解析式是

- A. $y = 4 \sin(4x + \frac{\pi}{6})$ B. $y = 2 \sin(2x + \frac{\pi}{3}) + 2$
- C. $y = 2 \sin(4x + \frac{\pi}{3}) + 2$ D. $y = 2 \sin(4x + \frac{\pi}{6}) + 2$
12. 半径为 4 的球面上有 A, B, C, D 四点, 且满足 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0, \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 0, \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$, 则 $S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ACD} + S_{\triangle ADB}$ 的最大值为 (S 为三角形的面积)
- A. 8 B. 16 C. 32 D. 64

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 将答案填在题中的横线上.

13. 给出下列命题: ①若 $a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$; ②若 $a > b$ 且 $k \in \mathbf{N}^+$, 则 $a^k > b^k$; ③若 $ac^2 > bc^2$, 则 $a > b$; ④若 $c > a > b > 0$, 则 $\frac{a}{c-a} > \frac{b}{c-a}$. 其中假命题是_____ (只需填写序号).
14. (理) 若 q 为二项式 $(\frac{x}{2} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}})^8$ 的展开式的常数项, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{q^n + 1}{q^{n+1} - 1} =$ _____.
- (文) $(1 - 3x + 2y)^n$ 展开式中不含 y 的项的系数和为_____.
15. 甲乙两名射击运动员, 甲命中 10 环的概率为 $\frac{1}{2}$, 乙命中 10 环的概率为 p . 若他们各射击两次, 甲比乙命中 10 环次数多的概率恰好等于 $\frac{7}{36}$, 则 p 的值是_____.

20. (本小题满分 12 分)

在长度为 a 的线段内任取两点将线段分成三段,求它们可以构成三角形的概率.

21. (本小题满分 12 分)

已知 $\vec{OF} = (c, 0)$ ($c > 0$), $\vec{OG} = (n, n)$ ($n \in \mathbf{R}$), $|\vec{FG}|$ 的最小值为 1, 若动点 P 同时满足下列三个条件:

① $|\vec{PF}| = \frac{c}{a} |\vec{PE}|$ ($a > c > 0$);

② $\vec{PE} = \lambda \vec{OF}$ (其中 $\vec{OE} = (\frac{a^2}{c}, t)$, $\lambda \neq 0, t \in \mathbf{R}$);

③ 动点 P 的轨迹 C 经过点 $B(0, -1)$.

(1) 求 c 的值;

(2) 求曲线 C 的方程;

(3) 是否存在方向向量为 $a_0 = (1, k)$ ($k \neq 0$) 的直线 l , 使 l 与曲线 C 交于两个不同的点 M, N , 且 $|\vec{BM}| = |\vec{BN}|$, 若存在, 求出 k 的取值范围 若不存在, 请说明理由.

22. (本小题满分 14 分)

(理) 设 $f(x)$ 是定义在 $[-1, 1]$ 上的偶函数, $g(x)$ 的图象与 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = 1$ 对称, 且当 $x \in [2, 3]$ 时, $g(x) = 2a(x - 2) - 4(x - 2)^3$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若 $f(x)$ 在 $(0, 1]$ 上为增函数, 求 a 的取值范围;

(3) 是否存在正整数 a , 使 $f(x)$ 的图象的最高点落在直线 $y = 12$ 上? 若存在, 求出 a 的值 若不存在, 请说明理由.

(文) 已知函数 $f(x) = 2^x - \frac{a}{2^x}$. 将 $y = f(x)$ 的图象向右平移两个单位, 得到 $y = g(x)$ 的图象.

(1) 求函数 $y = g(x)$ 的解析式;

(2) 若函数 $y = h(x)$ 与函数 $y = g(x)$ 的图象关于直线 $y = 1$ 对称, 求函数 $y = h(x)$ 的解析式;

(3) 设 $F(x) = \frac{1}{a} f(x) + h(x)$, 已知 $f(x)$ 的最小值是 m , 且 $m > 2 + \sqrt{7}$, 求实数 a 的取值范围.