



世界总是将最美丽的东西造就得孤独,愿你在北—黄冲刺的孤独中获得最美丽的东西.

2006 年北京—黄冈高考最后冲刺预测试卷

数 学(第五模拟)

【命题报告】 笔者在认真研究最新《考试大纲》和 2005 年全国各地高考数学试题的基础上对近几年高考命题的热点、难点和冷点进行了逐个分析,对 2005 年高考命题的趋势进行了大胆的预测.在命题设计的过程中既考虑了对基础知识的全面考查,又兼顾高考中的热点知识,并着力凸现运算能力、思维能力和创新意识.诸如:对课本上的基本定义进行了考查如第 6 题、第 10 题、第 13 题,体现了高考命题源于课本的特点;应用题注重与实际结合,如第 19 题;第 18 题考查了学生研究性学习的能力;理科的第 22 题是考查不等式的题目,它的解答需要利用函数、导数、数列和不等式等知识,体现了高考在知识交汇处命题的特点.总之,本套试卷很好地代表了高考的命题趋势和方向,尽最大努力使每一个问题都能起到举一反三的考查作用.

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分.满分 150 分.考试时间 120 分钟.

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题 本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A = \{x | x = y^2 + 2y + 4, y \in \mathbb{R}\}$, $B = \{y | y = x^2 - 4x + 8, x \in \mathbb{R}\}$, 则下列结论正确的是

- A. $A = B$ B. $A \cap B = \emptyset$ C. $A \cap B = B$ D. $A \cap B = A$

2. (理) 复数 $(\frac{1-i}{1+i})^{10} + \frac{(-i+\sqrt{3})^3}{(1+i)^6}$ 的值是

- A. 0 B. -2 C. 2 D. 1

(文) 已知函数 $y = 3x - 2a$ 的反函数是 $y = bx + \frac{2}{3}$, 则

- A. $a = -6, b = \frac{1}{3}$ B. $a = 1, b = \frac{1}{3}$
C. $a = 6, b = -\frac{1}{3}$ D. $a = \frac{2}{3}, b = -\frac{1}{3}$

3. 已知 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ 均为等差数列,其前 n 项和分别为 S_n 、 T_n ,若 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{2n+2}{n+3}$, 则 $\frac{a_{10}}{b_9}$ 的值为

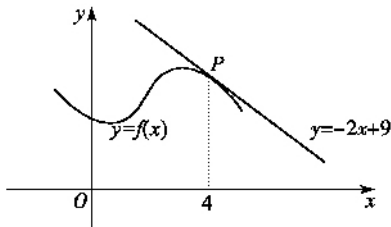
- A. $\frac{11}{6}$ B. 2 C. $\frac{22}{13}$ D. 无法确定

4. 已知单位向量 a, b, c 满足 $3a + kb + 7c = 0$, 且 a 与 b 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 则实数 k 的值为

- A. ± 5 B. -5, 8 C. -8, 5 D. ± 8

5. 如图,函数 $y = f(x)$ 的图象在点 P 处的切线是方程 $y = -2x + 9$, 则 $f(4) + f'(4)$ 的值为

- A. -2 B. 1 C. 2 D. -1



6. 将曲线 $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 4$ 上所有点的纵坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ (横坐标不变), 然后按向量 a 平移得到曲线 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, 则向量 a 是

线 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, 则向量 a 是

- A. $(2, -1)$ B. $(-2, 1)$ C. $(2, -2)$ D. $(-2, 2)$

7. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\sin B = \frac{4}{13}$, $\tan A = \frac{5}{12}$, 则

- A. $C > A > B$ B. $C > B > A$ C. $B > A > C$ D. $A > B > C$

8. 对于正实数 a , 函数 $y = x + \frac{a}{x}$ 在 $(\frac{3}{4}, +\infty)$ 上为增函数, 则函数 $f(x) = \log_a(3x^2 - 4x)$ 的单调递减区间为

- A. $[\frac{2}{3}, +\infty)$ B. $(\frac{4}{3}, +\infty)$ C. $(-\infty, 0)$ D. $(-\infty, \frac{2}{3}]$

9. 心理辅导员为研究班上男女生心理状况, 对某班 50 名同学 (其中男生 30 名, 女生 20 名) 采取分层抽样的方法, 抽取一个样本容量为 10 的样本进行研究, 则抽取情况总数为

- A. $C_{30}^6 C_{20}^4 A_{10}^{10}$ B. $A_{30}^6 A_{20}^4$ C. $C_{30}^6 A_{20}^4$ D. $C_{30}^6 C_{20}^4$

10. (理) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 2x - 3}{x - 1}, & (x > 1) \\ ax + 1, & (x \leq 1) \end{cases}$ 在点 $x = 1$ 处连续, 则 $f^{-1}(3) =$

- A. 13 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

(文) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}, & x > 1 \\ 3x + 1, & x \leq 1 \end{cases}$ 则 $f^{-1}(3) =$

- A. 10 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{1}{2}$

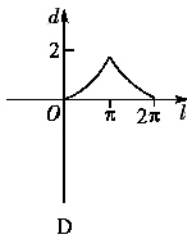
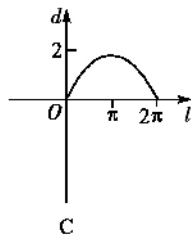
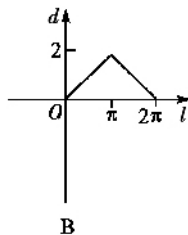
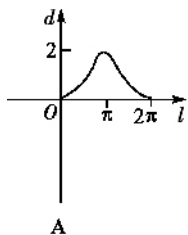
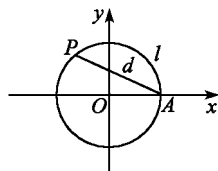
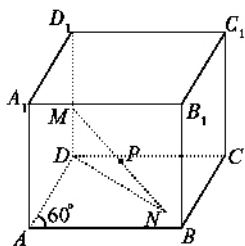
11. (理) 已知直平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的各条棱长均为 3, $\angle BAD = 60^\circ$, 长为 2 的线段 MN 的一个端点 M 在 DD_1 上运动, 另一端点 N 在底面 $ABCD$ 上运动, 则 MN 的中点 P 的轨迹 (曲面) 与共一顶点 D 的三个面所围成的几何体的体积为

- A. $\frac{2\pi}{9}$ B. $\frac{4\pi}{9}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{4\pi}{3}$

(文) 一个四面体的某一顶点上的三条棱两两垂直, 其长均为 $\sqrt{6}$, 且四面体的四个顶点在同一球面上, 则此球的表面积为

- A. 18π B. 24π C. 36π D. 48π

12. 如图, 设点 A 是单位圆上的一点, 动点 P 从 A 出发在圆上按逆时针方向旋转一周, 点 P 所旋转过的弧 $\widehat{AP}$ 的长为 l , 弦 AP 的长为 d , 则函数 $d = f(l)$ 的图象大致为



第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题 本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分. 把答案填在题中的横线上.

13. (理) 从椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 上任一点 P 向圆 $(x-3)^2 + y^2 = 1$ 引切线, 则 P 到切点的距离的最小值是_____.

(文) 中心在原点, 准线方程为 $x = \pm 4$, 离心率为 $\frac{1}{2}$ 的椭圆方程是_____.

14. 设 $z = 2x + y$, 式中变量 x, y 满足 $\begin{cases} x - 4y < -3 \\ 3x + 5y < 25 \\ x > 1 \end{cases}$, 则 z 的变化范围为_____.

15. 已知平面 α 与平面 β 成的角为 60° , P 为 α, β 外一定点, 过 P 的一条直线与 α, β 所成的角都是 θ , 若这样的直线有且仅有 2 条, 则 θ 的范围为_____.

16. 二项式 $(1 + \cos x)^n$ 展开式中, 末尾两项系数之和为 7, 若系数最大的一项的值为 $\frac{5}{2}$, 则 x 在 $[0, 2\pi)$ 内的取值为_____.

三、解答题 本大题共 6 小题, 共 74 分. 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

已知 $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{6}) + \sin(2x - \frac{\pi}{6}) + 2\cos^2 x$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调递减区间;

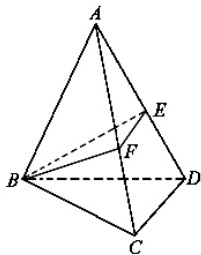
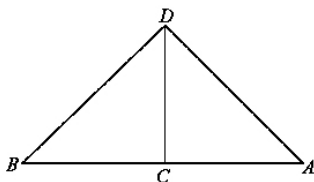
(2) 如果任意 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x_1) \leq f(x) \leq f(x_2)$, 求 $|x_1 - x_2|$ 的最小值.

18. (本小题满分 12 分)

如图, 将等腰直角三角形 ABD 沿斜边上的中线 DC 折起, 使 $AC \perp BC$, E 是线段 AD 的中点, F 是线段 AC 上的一个动点, 且原图中 $AB = 2$.

(1) 确定 F 的位置, 使得平面 $ABD \perp$ 平面 BEF ;

(2) 当平面 $ABD \perp$ 平面 BEF 时, 求直线 BD 与直线 EF 所成的角.



19. (本小题满分 12 分)

现有 A, B, C, D 四人玩传篮球的游戏, 已知每人拿球传向另外三个同学的情况是等可能的, 而现在通过掷硬币来决定篮球是否传出, 若正面向上, 则篮球不传出; 若反面向上, 则篮球传向另外一个同学. 若篮球开始在 A 同学手中, 则:

(1) 投 2 次硬币, 篮球才到达 B 手中的概率是多少?

(2) 投了 3 次硬币, 篮球在 B 手中的概率是多少?

20. (本小题满分 12 分)

(理) 定义在 $\mathbf{R}^+$ 上的函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 满足函数 $f(x) = x^2 - a \ln x$ 在 $[1, 2]$ 为增函数, $g(x) = x - a\sqrt{x}$ 在 $(0, 1)$ 为减函数.

(1) 求 $f(x)$ 、 $g(x)$ 的表达式;

(2) 把 $g(x)$ 对应曲线 C_1 沿 $a = (0, 2)$ 平移后得到曲线 C_2 , 求 C_2 与 $f(x)$ 对应曲线 C_3 交点个数并说明理由.

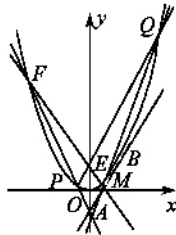
(文) 设函数 $f(x) = kx + 2$, 不等式 $|f(x)| < 6$ 的解集为 $(-1, 2)$, 试求不等式 $\log_a \frac{6}{f(x)} < \log_a (1 - x)$ ($0 < a < 1$) 的解集.

21. (本小题满分 12 分)

自点 $A(0, -1)$ 向抛物线 $C: y = x^2$ 作切线, 切点为 B , 且点 B 在第一象限, 再过线段 AB 的中点 M 作直线 l 与抛物线 C 交于不同的两点 E, F , 直线 AF, AE 分别交抛物线 C 于不同的两点 P, Q .

(1) 求切线 AB 的方程及切点 B 的坐标;

(2) 求证 通过 P, Q 两点直线的斜率为定值.



22. (本小题满分 14 分)

已知 $f(x) = \ln(1 + x) - x$.

(1) 求证 函数 $y = f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是减函数;

(2) 解关于 x 的不等式 $\ln(1 + \sqrt{x - \frac{1}{x}}) - \sqrt{x - \frac{1}{x}} \leq \ln 3 - 2$;

(3) 若 $a \geq 1, u_1 = \ln a, u_{n+1} = u_n + \ln(a - u_n)$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 求证 对一切 $n \in \mathbf{N}^*$ 有 $u_n \leq a - 1$.