



实力是获取高分的基础,策略方法技巧则是获取高分的关键.在考试中解题策略技巧使用的好坏,会导致成绩的很大差异.

2006 年北京—黄冈高考最后冲刺预测试卷

数 学(第二模拟)

【命题报告】 本套试卷严格依据《考试大纲》编写,突出了对知识交汇点的考查与对考生能力的检测,如第 6、7、10、19(理)、22 题.在命题方式上本试卷有较多的创新之处,如第 2、5、6、7(理)、11、12、14、15、18、21、22 题等.试卷以能力立意为重点侧重对考生能力与解题速度的考查,故试卷从总体上加大了计算量和思维量,加大了知识的覆盖面,如选择、填空题大部分都涉及多个知识点,且有一定的深度.解析几何中的直线与四类圆锥曲线都有涉及到,立体几何的翻折与展开问题,线面平行与垂直问题,函数与导数的题型等.此外,试卷拉开了文理科的差别,对 2006 年高考数学有一定的预测和复习导向作用.

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分.满分 150 分.考试时间 120 分钟.

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题 本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. (理)复数 $\frac{-2+i}{i^3(1+2i)}$ 的虚部是

- A. 0 B. 1 C. -1 D. i

(文)函数 $f(x) = 2^x + 2^{-x-2}$ 的最小值是

- A. 1 B. 2 C. 0 D. $\frac{1}{2}$

2. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | \frac{x-4}{x+3} < 0\}$, $B = \{y | y = 2 \cos x, x \in A\}$, 则 $B \cap A =$

- A. $[-2, 0]$ B. $[0, 2]$ C. $[-1, 2]$ D. $[-2, 2]$

3. 有下列四个命题:①“若 p 且 q 为真,则 p 或 q 为真”的逆命题.②“若 $a > b$,则 $a + c > b + c$ ”的否命题.③“若 $|a + b| > 5$,则 $|a| + |b| > 5$ ”的逆否命题.④若 n 是奇数,则 $a > b$ 是 $a^n > b^n$ 的充要条件.

其中真命题的个数为

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

4. 一圆形餐桌依次有 A, B, C, D, E, F 共 6 个座位,现让 3 个大人和 3 个小孩入座进餐,要求任何两个小孩都不能坐在一起,则不同的入座方法总数为

- A. 6 B. 12 C. 72 D. 144

5. 如图所示的 5×5 正方形表格中尚有 21 个空格,若在每一个空格中填入一个正整数,使得每一行、每一列及每条对角线都分别成等比数列,则字母 a 所代表的正整数是

- A. 4 B. 8 C. 16 D. 64

6. 如果直线 $y = kx + 1$ 与圆 $x^2 + y^2 + kx + my - 4 = 0$ 交于 M, N 两点,且 M, N 关于直线

$x + y - 1 = 0$ 对称,若点 $P(x, y)$ 满足 $\begin{cases} kx - y + 1 \geq 0 \\ kx - my \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = x + y$ 的最小值为

			a	
	4			
16				256

A. $-\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 1

D. -1

7. (理) 已知映射 $f: A \rightarrow B$, 其中 $A = \mathbf{R}^+$, $B = \mathbf{R}$, 对应法则为 $f: x \rightarrow y = \ln x + \frac{1}{x}$, 对于实数 $k \in B$, 在集合 A 中不存在原象, 则 k 的取值范围是

A. $k > 0$

B. $k < 0$

C. $k < 1$

D. 以上都不对

(文) 已知映射 $f: A \rightarrow B$, 其中 $A = \{x | x \leq 1\}$, $B = \mathbf{R}$, 对应法则为 $f: x \rightarrow y = \log_{0.5}(2-x) - \sqrt{1-x}$, 对于实数 $k \in B$, 在集合 A 中不存在原象, 则 k 的取值范围是

A. $k > 4$

B. $k < 0$

C. $k > 0$

D. 以上都不对

8. 已知函数 $f(x) = 5\sin(2x + \varphi)$, 若 $f(a) = 5$, 则 $f(a + \frac{\pi}{12})$ 与 $f(a + \frac{5\pi}{6})$ 的大小关系是

A. $f(a + \frac{\pi}{12}) > f(a + \frac{5\pi}{6})$

B. $f(a + \frac{\pi}{12}) = f(a + \frac{5\pi}{6})$

C. $f(a + \frac{\pi}{12}) < f(a + \frac{5\pi}{6})$

D. 与 φ 和 a 有关

9. (理) 设 $f(x)$ 是一元三次函数, 且 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1} = 6$, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = -\frac{3}{2}$, 若 $F(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x-3}, & (x \neq 3) \\ a, & (x = 3) \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上处处连续, 则 a 的值是

A. $\frac{4}{3}$

B. 2

C. $\frac{8}{3}$

D. 4

(文) 已知 $f(x)$ 的导数 $f'(x) = a(x+1)(x-a)$, 若 $f(x)$ 在 $x=a$ 处取到极大值, 则 a 的取值范围是

A. $(-\infty, -1)$

B. $(-1, 0)$

C. $(0, 1)$

D. $(0, +\infty)$

10. 焦点在 x 轴上的椭圆 $mx^2 + ny^2 = 1$ ($m > 0, n > 0$) 与斜率为 -1 的直线交于 A, B 两点, 若线段 AB 的中点 P 的轨迹为 $x - 4y = 0$ (在椭圆内的部分), 则椭圆的离心率为

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

11. 用平面 α 去截四棱锥 $S-ABCD$, 使得截面四边形是平行四边形, 则这样的平面 α

A. 与底面四边形有关

B. 只有 1 个

C. 恰有 4 个

D. 有无数多个

12. 设 a, b, m 为整数 ($m > 0$), 若 a 和 b 被 m 除得的余数相同, 则称 a 和 b 对模 m 同余. 记为 $a \equiv b \pmod{m}$. 已知 $a = 1 + C_{20}^1 + C_{20}^2 + C_{20}^3 + \dots + C_{20}^{20} 2^{19}$, $b \equiv a \pmod{10}$, 则 b 的值可以是

A. 2 015

B. 2 011

C. 2 008

D. 2 006

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 将答案填在题中的横线上.

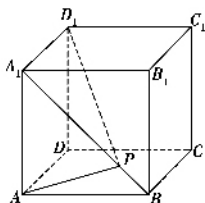
13. (理) 把一组数据中的每一个数据 2 倍后再减去 80, 得另一组新数据, 若求得新数据的期望是 1.2, 方差是 4.4, 则原来数据的期望与方差之和等于_____.

(文) 某企业员工分为高级工、中级工和一般职工三种, 其中高级工比一般职工少 12 人. 现按分层抽样的方法从全体员工中选出部分员工参加春节座谈会, 如果选出 2 位高级工、6 位中级工和 4 位一般职工, 那么该企业的员工总数是_____人.

14. 设抛物线的焦点为 F , 抛物线的对称轴与准线的交点为 A , 若点 P 分有向线段 $\overrightarrow{FA}$ 的比为 $1:3$, 则称点 P 为抛物线的“和谐点”. 已知抛物线 $y^2 = 16x$ 按向量 a 平移所得抛物线的“和谐点”恰为坐标原点, 则向量 $a =$ _____.

15. 如右图所示, P 是单位正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的面对角线 A_1B 上的一点, 则当 $AP + D_1P$ 取最小值时, D_1P 与平面 AB_1 所成的角为_____.

16. (理) 已知函数在 $\mathbf{R}$ 上可导, 函数 $F(x) = f(x^2 - 4) + f(4 - x^2)$, 给出以下四个命题:



① $F(0) = 0$, ② $F'(\pm 2) = 0$, ③ $F'(0) = 0$, ④ $F'(x)$ 的图象关于原点对称,

其中正确的命题序号有: _____.

(文) 已知函数 $f(x) = \log_a |x - b|$ 是偶函数, 给出以下四个命题:

① $b = 0$, ②若 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数, 则 $0 < a < 1$, ③ $f(a+1) > f(b+2)$, ④ $f(-a+1) > f(-b+2)$,

其中正确的命题序号有: _____.

三、解答题 本大题共 6 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为角 A, B, C 的对边, 且 $(a^2 + b^2) \sin(A - B) = (a^2 - b^2) \sin C$.

(1) 若 $a = 3, b = 4$, 求 $|\vec{CA} + \vec{CB}|$ 的值.

(2) 若 $C = 60^\circ$, $\triangle ABC$ 的面积是 $\sqrt{3}$, 求 $\vec{AB} \cdot \vec{BC} + \vec{BC} \cdot \vec{CA} + \vec{CA} \cdot \vec{AB}$ 的值.

18. (本小题满分 12 分)

某公司通过电子商务平台开展网上寻宝促销活动, 规则如下: ①任何客户通过电子商务平台在该公司网站购物 a 元或 a 元以上便获得连环寻宝资格, 客户获得资格后最多只能在 A, B 网页中各寻宝一次, 每次一分钟; ②任何客户在 A 网页中有可能寻得价值 a 元的“宝物”, 在 B 网页中有可能寻得价值 $2a$ 元的“宝物”, 且客户在 A, B 网页中寻得“宝物”的概率分别为 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{4}$; ③若从 A 开始寻宝则只有寻得“宝物”后才能进入 B 寻宝, 若从 B 开始寻宝则只有寻得“宝物”后才能进入 A 寻宝, 否则寻宝将被中止. 若你已获得寻宝资格, 试计算:

(理) (1) 若从 A 网页开始寻宝, 求获得“宝物”累积价值达 $3a$ 元的概率;

(2) 从哪个网页开始寻宝可使你获得的收益(所获得“宝物”的累积价值)的期望最大?

(文) (1) 若从 A 网页开始寻宝, 求恰获得价值 a 元“宝物”的概率;

(2) 若从哪个网页开始是随机选择的, 求你可获得“宝物”累积价值达 $3a$ 元的概率.

19. (本小题满分 12 分)

(理) 在梯形 $ABCD$ 中, $\angle DAB = \angle ABC = \frac{\pi}{2}$, $AB = BC = 2AD = 4$, E, F 分

别是 AB, CD 上的点, $\frac{AE}{AB} = \frac{DF}{DC} = \lambda$ ($0 < \lambda < 1$), G 是 BC 的中点. 现沿 EF

将四边形 $AEFD$ 折起, 使 $AE \perp BE, EG \perp BD$ (如图).

(1) 求证: 平面 $AEFD \perp$ 平面 $BEFC$;

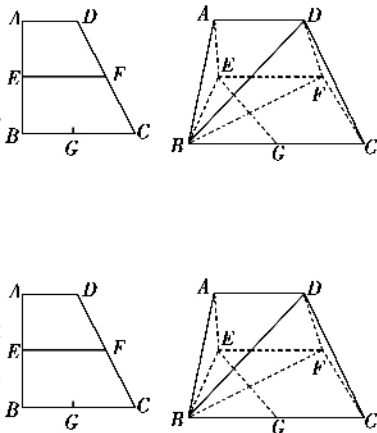
(2) 确定 λ 的值并计算二面角 $D - BF - C$ 的大小;

(3) 求点 C 到平面 BDF 的距离.

(文) 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$, $AB = BC = 2AD = 4$, E, F, G

分别是 AB, CD, BC 的中点. 现沿 EF 将四边形 $AEFD$ 折起, 使 $AE \perp BE$ (如图).

(1) 求证: 平面 $AEFD \perp$ 平面 $BEFC$;



(2) 求异面直线 BD 与 EG 所成的角；

(3) 求二面角 $D-BF-E$ 的大小.

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = kx^3 - 3(k+1)x^2 - 2(k^2 - b)$, 若 $f(x)$ 的单调减区间恰为 $(0, 4)$, $f(x)$ 在点 $P(b, f(b))$ 处的切线的方向向量为 $a = (-1, 12)$.

(1) 求 k 与 b 的值；

(2) 对任意 $x, t \in [-1, 1]$, 关于 x 的方程 $2x^2 + 5x + a = f(t)$ 总有实数解, 求 a 的取值范围.

21. (本题满分 12 分)

已知中心在原点的双曲线 C 的右顶点为 $A(1, 0)$, P, Q 是双曲线右支上的两点, 若 $\triangle APQ$ 的内心为 $M(6, 0)$, 且点 M 到直线 AP 的距离为 3.

(1) 求此双曲线 C 的方程；

(2) 若双曲线 C 的右焦点弦为 EN , EN 中点为 D , 以 EN 为直径的圆交双曲线 C 的右准线 l 于 S, T 两点, 试求 $\cos \angle SDT$.

22. (本小题满分 14 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_n > 0, a_n^2 - a_{n+1}^2 = 4a_n^2 \cdot a_{n+1}^2 (n \in \mathbb{N}^*)$. 等差数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 满足 $\frac{T_{n+1}}{a_n^2} =$

$$\frac{T_n}{a_{n+1}^2} + 16n^2 - 8n - 3.$$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) (理) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{nb_n}$.

(文) 求 $\{b_n\}$ 的通项公式.

(3) 记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求证: $(S_n - \frac{1}{2})^2 < \frac{T_n}{4n}$.