

数 学 (第六模拟)

【命题报告】作者在命制本套试题时,详细地学习和研究了 2006 年最新考试大纲,通过研究新旧大纲的变化,研究近几年的高考试题,对过去几年高考中关于各章知识的考查进行了详细的统计,在此基础上确定了命题的范围与知识点的分布情况,突出了对新增内容的考查和对学生的运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力、综合运用数学知识的能力的考查. 试题中对 2006 年高考可能出现的主干知识点和重点知识进行了命题设计与大胆预测,特别注重了在知识交汇点处命题,既兼顾了基础和能力的考查,又有诸多创新之处,如第 6 题将二项式定理与导数融合在一起进行考查,新颖别致. 第 7 题以巧妙的设计考查了正弦函数的图象与性质,这也是今年考试大纲对三角函数考查要求有所变化的一个体现. 第 12 题则以一个看似是日常经验问题,实则蕴含了重要的算法思想的题目,考查学生的理性思维能力,同时也渗透了新课标的理念. 第 14 题主要考查平面向量的运算和应用. 第 19 题以新颖的背景,独特的设问,设计了概率应用题,贴近现实生活,符合高考对应用题命题的特点和要求,体现了数学知识来源于生活又服务于生活的原则. 第 22 题则将函数、导数、不等式、解析几何等知识有机地交汇在一起,考查学生对知识的综合运用能力和思维能力.

总之,本套试卷是一套精心设计的代表着 2006 年高考命题趋势的高质量的试卷,通过仔细研做本套试卷,你一定会从中有所收获.

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分. 满分 150 分. 考试时间 120 分钟.

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题 本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. (理) 已知 i 是虚数单位,若复数 $z = \cos \theta + i \sin \theta$ ($\theta \in \mathbb{R}$) 在复平面内对应的点在直线 $x + 2y = 0$ 上,则 $\cot \theta$ 的值等于

A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

(文) 下列函数中,既是偶函数,又在区间 $(0, +\infty)$ 上是单调递增函数的是

A. $y = \cos x$ B. $y = -3x^2$ C. $y = \ln|x-1|$ D. $y = 2^{|x|}$

2. 若数列 $\{u_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \log_5(n+4)$,则数列 $\{u_n\}$ 从第二项起是

A. 递增数列 B. 递减数列 C. 常数数列 D. 以上都错

3. 函数 $y = \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{|x|}{1-x} - 1\right)$ 的定义域是

A. $\left(\frac{1}{2}, 1\right) \cup (-\infty, 0)$ B. $(-\infty, 1)$
C. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ D. $\left(0, \frac{1}{2}\right) \cup (1, +\infty)$

4. (理) 若随机变量 ξ 的分布列为 $P(\xi = m) = \frac{1}{3}, P(\xi = n) = a$. 若 $E\xi = 2$,则 $D\xi$ 的最小值等于

A. 0 B. 2 C. 4 D. 无法计算

(文) 某学校高一、高二、高三三个年级共有学生 3 500 人,其中高三学生数是高一学生数的两倍,高二学生数比高一学生数多 300,现在按 $\frac{1}{100}$ 的抽样比用分层抽样的方法抽取样本,则应抽取高一学生数为

A. 8 B. 11 C. 16 D. 10

5. 已知长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,底面 $ABCD$ 是正方形,则 AD_1 与平面 BB_1D_1D 所成角的取值范围是

- A. $(0, \frac{\pi}{6})$ B. $(0, \frac{\pi}{3})$ C. $(0, \frac{\pi}{4})$ D. $(0, \frac{\pi}{4}]$
6. 已知 $f(x) = (1 - ax)^6$, $g(x) = f'(x)$, 若在 $g(x)$ 的展开式中, 含 x^2 项的系数等于 -480 , 则实数 a 的值等于
A. -12 B. 12 C. -2 D. 2
7. 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \cos \frac{\pi x}{k}$, 若经过该函数图象上的一个最大值点与一个最小值点的直线的最大斜率等于 $\sqrt{3}$, 则 $f(x)$ 的最小正周期是
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
8. 以平行六面体的顶点为顶点构成的四面体的个数与四棱锥的个数之和等于
A. 106 B. 112 C. 118 D. 124
9. 将圆 $x^2 + y^2 = 2$ 沿向量 $a = (m, n)$ 平移, 使其平移后能与直线 $x - y - 4 = 0$ 相切, 则使得 $|a|$ 最小的向量 a 是
A. $(-3, 3)$ B. $(3, -3)$ C. $(1, -1)$ D. $(-1, 1)$
10. 若椭圆的中心在 O , 右焦点为 F , 右准线为 l , 如果在 l 上存在点 M , 使线段 OM 的垂直平分线经过 F , 则椭圆离心率的取值范围是
A. $[\frac{\sqrt{3}}{2}, 1)$ B. $[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$ C. $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$ D. $[\frac{1}{2}, 1)$
11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sin \pi x & (x < 0) \\ f(x-1) - 1 & (x > 0) \end{cases}$, 如果当 $-2 < m < 0$ 时, 有 $f(\frac{11}{6}) + f(m) = -2$, 则实数 m 等于
A. $-\frac{1}{6}$ 或 $-\frac{7}{6}$ B. $-\frac{1}{6}$ 或 $-\frac{11}{6}$ C. $-\frac{11}{6}$ 或 $-\frac{7}{6}$ D. $-\frac{1}{6}$ 或 $-\frac{5}{6}$
12. (理) 有一堆形状大小都相同的珠子, 其中只有一粒的重量比其他的珠子轻, 某同学采用科学的方法, 利用天平(不用砝码) 最多两次就找出了这粒轻的珠子, 则这堆珠子的粒数最多是
A. 5 B. 6 C. 7 D. 8
- (文) 有一堆形状大小都相同的珠子, 共 7 粒, 其中只有一粒的重量比其他的珠子轻, 某同学采用科学的方法, 利用天平(不用砝码) 最多称量 _____ 次就可以将这粒轻的珠子找出
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 把答案填在题中的横线上.

13. (理) 若函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + mx, & x \leq 3 \\ 2x - 9, & x > 3 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上处处连续, 则函数 $f(x)$ 的单调递增区间是 _____.

(文) 已知点 $P(x, y)$ 满足条件 $\begin{cases} -3 \leq x - y \leq 0 \\ y \leq 5 \end{cases}$, 则 $x + 2y$ 的最大值为 _____.

14. 在平面直角坐标系中, 已知 $\vec{PA} = (3, 1)$, $\vec{PB} = (5, 10)$, 若点 A 关于向量 $\vec{PB}$ 所在直线的对称点是 A' , 则向量 $\vec{PA'} =$ _____.

15. (理) 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面边长为 4 , 侧棱长为 1 , 过 BC 的截面与底面成 30° 的二面角, 则截面的面积等于 _____.

(文) 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面边长为 4 , 侧棱长为 3 , 过 BC 的截面与底面成 30° 的二面角, 则截面的面积等于 _____.

16. 若定义图形与图形之间的距离为: 一个图形内的任意一点到另一图形内的任意一点的距离中的最小者. 则直线 $x + y + 5 = 0$ 与抛物线 $y^2 = 2x$ 的距离等于 _____.

三、解答题 本大题共 6 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

在三角形 ABC 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边, S 是其面积. 若 $2S = \sqrt{3}(\vec{AB} \cdot \vec{BC})$.

(1) 求角 B 的大小;

(2) 若 $S=3\sqrt{3}$, 三角形周长为 $6+4\sqrt{3}$, 求三角形的各边的长.

18. (本小题满分 12 分)

已知在等比数列 $\{u_n\}$ 中, $a_1=1$, S_n 是其前 n 项的和, 且 $a_{k+1}, a_{k+3}, a_{k+2}$ ($k \in \mathbb{N}$), 成等差数列.

(1) 求数列 $\{u_n\}$ 的公比;

(2) 试判断 $S_{k+1}, S_{k+3}, S_{k+2}$ ($k \in \mathbb{N}$) 是否也构成等差数列, 说明理由.

19. (本小题满分 12 分)

某商场准备在五一劳动节期间举行促销活动, 根据市场调查, 该商场决定从 3 种服装商品、2 种家电商品、4 种日用商品中, 选出 3 种商品进行促销活动.

(1) 试求选出的 3 种商品中至少有一种日用商品的概率;

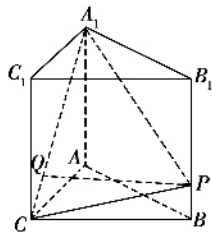
(2) (理) 商场对选出的 A 商品采用的促销方案是有奖销售, 即在该商品现价的基础上将价格提高 180 元, 同时允许顾客有 3 次抽奖的机会, 若中奖, 则每次中奖都可获得一定数额的奖金. 假设顾客每次抽奖时获奖与否是等可能的, 请问 商场应将中奖奖金数额最高定为多少元, 才能使促销方案对自己有利?

(文) 商场对选出的 A 商品采用的促销方案是有奖销售, 即在该商品现价的基础上将价格提高 180 元, 同时允许顾客有 3 次抽奖的机会, 若中奖, 则每次中奖都可获得 100 元的奖金. 假设顾客每次抽奖时获奖与否是等可能的, 试求某位顾客所中奖金数不低于商场提价数的概率.

20. (本小题满分 12 分)

如图所示,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC = AB = 2$, $\angle BAC = 90^\circ$, $BB_1 = BC$, 点 P 在

BB_1 上, $BP = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 点 Q 在 CA_1 上, 且 $CQ = \frac{1}{4}CA_1$.



(1) 求证 $PQ \parallel$ 平面 ABC ;

(2) 求点 A_1 到平面 APC 的距离;

(3) (理) 求二面角 $C-A_1P-B$ 的大小.

(文) 求二面角 $C-A_1P-B$ 的余弦值.

21. (本小题满分 12 分)

已知动圆经过点 $F(2,0)$, 并且与直线 $x = -2$ 相切.

(1) 求动圆圆心 P 的轨迹 M 的方程;

(2) (理) 若 A, B, C, D 是轨迹 M 上的四个点, 且满足 $\overrightarrow{OF} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OF} = r\overrightarrow{OC} + s\overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{FA} \cdot \overrightarrow{FC} = 0$, 其中 O 为原点, $m, n, r, s \in \mathbb{R}$, 且 $m + n = r + s = 1$. 试判断四边形 $ABCD$ 的面积是否有最小值, 若有, 求出最小值; 若没有, 说明理由.

(文) 若 A, B, C, D 是轨迹 M 上的四个点, 且满足 $\overrightarrow{FA} = m\overrightarrow{FB}$, $\overrightarrow{FC} = n\overrightarrow{FD}$, $\overrightarrow{FA} \cdot \overrightarrow{FC} = 0$, 其中 O 为原点, $m, n \in \mathbb{R}$, 试求四边形 $ABCD$ 的面积的最小值.

22. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = -x^2 + ax$, $g(x) = x^3$, 方程 $f(x) = 0$ 的一个根是 6.

(1) 求函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图象在第一象限内的交点 A 的坐标;

(2) 若直线 $x = t$ ($0 < t < 2$) 与函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图象的交点分别是 M, N , 试求当 t 取何值时线段 MN 的长度取得最大值;

(3) (理) 已知函数 $f(x)$ 图象在 M 点处的切线为 l_1 , $g(x)$ 的图象在 N 点处的切线为 l_2 , 若 l_1, l_2 与 x 轴的交点分别为 P, Q , 试求 P, Q 两点之间距离的取值范围.

(文) 已知函数 $f(x)$ 图象在 M 点处的切线为 l_1 , $g(x)$ 的图象在 N 点处的切线为 l_2 , 若 l_1, l_2 与 x 轴的交点分别为 P, Q , 试证明 P 点总在 Q 点的左边.